

# QCM de Maths pour Informatique Quantique et Quantum Machine Learning

9 mars 2022

Le but de ce QCM est de vous aider à évaluer par vous-même si vous pensez avoir le niveau pour suivre les cours d'IQ et de QML qui seront donnés au S9. Le nombre de question peut sembler important, mais pour 90% des questions, vos réponses devraient être instantanées. Le test devrait prendre en tout entre 15 minutes et 1 heure. Bien sûr, l'utilisation d'internet et/ou d'un quelconque pdf est **déconseillée** dans le sens où cela fausserait votre estimation finale de votre niveau. Dernier point : il n'est **\*PAS\*** noté ! Et seuls les étudiants intéressés par le fait de suivre Informatique Quantique ont intérêt à faire ce QCM, les autres en sont donc dispensés.

Merci donc de remettre votre réponse (personnelle) à la dernière question (Section 4) à [nicolas.boutry@lrde.epita.fr](mailto:nicolas.boutry@lrde.epita.fr) avant Vendredi 11 à 23h59 pour évaluer votre taux de confiance en votre capacité à suivre les cours d'Informatique Quantique et de Quantum Machine Learning.

## 1 Nombres complexes

### 1.1 Représentation rectangulaire

1. Quelle est la particularité de l'unité imaginaire  $i$  ?
  - A.  $i^2 = i$
  - B.  $i^2 = 1$
  - C.  $i^2 = -1$
  - D.  $i^2 = -i$
2. A quoi correspond  $x$  dans l'expression  $z = x + iy$  ?
  - A. La position sur l'axe des ordonnées
  - B. La position sur l'axe des abscisses
  - C. La distance à l'origine du plan complexe
3. A quoi correspond  $y$  dans l'expression  $z = x + iy$  ?
  - A. La position sur l'axe des ordonnées
  - B. La position sur l'axe des abscisses
  - C. La distance à l'origine du plan complexe
4. Laquelle de ces expressions est celle du complexe conjugué  $\bar{z}$  ?
  - A.  $x + 2iy$
  - B.  $y + ix$
  - C.  $x - iy$
  - D.  $y - ix$
5. A quelle condition a-t-on  $\bar{z} = z$  ?
  - A.  $z \in i\mathbb{R}$
  - B.  $z = 0$
  - C.  $z \in \mathbb{R}$
  - D.  $z = i$

6. Sélectionner l'expression valide de la multiplication de deux nombres complexes  $z$  et  $z'$  ?
- $xx' + iyy'$
  - $(xx' - yy') + i(xy' + x'y)$
  - $(xx' + yy') + i(xy' - x'y)$
  - $(xy' - x'y) + i(xx' + yy')$
7. Sélectionner les expressions valides du module carré  $|z|^2$ .
- $x^2 + y^2$
  - $|x| + |y|$
  - $z + \bar{z}$
  - $z\bar{z}$

## 1.2 Exponentielle complexe

1. Sélectionnez l'(es) expression(s) valide(s) de l'exponentielle complexe
- $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$
  - $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n}$
  - $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$
  - $\sum_{n=0}^{\infty} nz^n$
2. Quelle est la particularité de l'exponentielle complexe ?
- $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$
  - $e^{z+z'} = e^z + e^{z'}$
  - $e^{zz'} = e^z e^{z'}$
  - $e^{zz'} = e^z + e^{z'}$
3. Quel est le module de  $e^z$  ?
- $|e^z| = e^{x+y}$
  - $|e^z| = e^x$
  - $|e^z| = e^y$
  - $|e^z| = e^{|z|}$

## 1.3 Représentation circulaire/polaire

1. Dans l'écriture  $z = re^{i\theta}$ , à quoi correspond  $r$  ?
- La position sur l'axe des abscisses
  - La position sur l'axe des ordonnées
  - La distance au centre du repère
2. Dans l'écriture  $z = re^{i\theta}$ , à quoi correspond  $\theta$  ?
- L'angle entre le vecteur  $(0, z)$  et l'axe des abscisses
  - L'angle entre le vecteur  $(0, z)$  et l'axe des ordonnées
  - $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$
  - $\sum_{n=0}^{\infty} nz^n$
3. Comment passer de la forme cartésienne à la forme polaire ?
- $r = |x| + |y|$
  - $r = (x^2 + y^2)^{-1/2}$
  - $\tan(\theta) = \frac{x}{y}$
  - $\tan(\theta) = \frac{y}{x}$
4. Sélectionner l'écriture correcte de  $\cos(\theta)$
- $\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$

- B.  $\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2i}$   
 C.  $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$   
 D.  $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$
5. Sélectionner l'écriture correcte de  $\sin(\theta)$
- A.  $\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$   
 B.  $\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2i}$   
 C.  $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$   
 D.  $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$
6. Quelle est la plus petite valeur  $T$  telle que  $e^{i(T+\theta)} = e^{i\theta}$  pour un  $\theta$  quelconque ?
- A.  $2\pi$   
 B.  $\pi$   
 C.  $\pi/2$   
 D.  $\pi/4$
7. Comment passer de  $\cos$  à  $\sin$  ?
- A.  $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin(\theta)$   
 B.  $\cos(\pi - \theta) = \sin(\theta)$   
 C.  $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos(\theta)$   
 D.  $\sin(\theta - \pi) = \cos(\theta)$

## 2 Calcul Matriciel

1. A quelle condition peut-on multiplier deux matrices  $A \in \mathbb{R}^{(n,m)}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{(p,q)}$  pour qu'on puisse les multiplier :
- A.  $m = q$   
 B.  $n = q$   
 C.  $m = p$   
 D.  $n = p$
2. Donner l'expression du produit de deux matrices  $(AB)_{i,j}$  :
- A.  $\sum_k a_{i,k} b_{k,j}$   
 B.  $\sum_k a_{k,i} b_{k,j}$   
 C.  $\sum_k a_{k,i} b_{j,k}$   
 D.  $\sum_k a_{i,k} b_{j,k}$
3. Donner l'expression du coefficient la matrice transposée  $A^T$
- A.  $a_{i,j}$   
 B.  $-a_{i,j}$   
 C.  $-a_{j,i}$   
 D.  $a_{j,i}$
4. On suppose que  $A$  est carrée,  $A \in \mathbb{R}^{(n,n)}$ . A quelle condition dit-on qu'elle est symétrique ?
- A.  $A = -A$   
 B.  $A = A^T$   
 C.  $A = -A^T$   
 D.  $A^T A = 0$
5. On suppose que  $A$  est carrée,  $A \in \mathbb{R}^{(n,n)}$ . A quelle condition dit-on qu'elle est orthogonale ?
- A.  $A^T A = I$   
 B.  $AA^T = I$

C.  $A = -A^T$

D.  $A = A^T$

6. Diagonaliser cette matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Donner l'expression de la trace de  $A \in \mathbb{R}^{(n,n)}$  (très important !)

A.  $\sum_{i,j} a_{i,j}$

B.  $\sum_i a_{i,i}$

C.  $\sum_i |a_{i,i}|$

D.  $\sum_i a_{i,i}(-1)^i$

8. Quelle formule est vérifiée par le déterminant ?

A.  $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$

B.  $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$

C.  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$

D.  $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$

9. On suppose que  $A \in \mathbb{R}^{(n,n)}$ , avec pour valeurs propres  $\lambda_i$ . Quels liens entre valeurs propres, trace et déterminant ?

A.  $\text{Tr}(A) = \sum_i \lambda_i$

B.  $\text{Tr}(A) = \prod_i \lambda_i$

C.  $\det(A) = \sum_i \lambda_i$

D.  $\det(A) = \prod_i \lambda_i$

### 3 Calcul différentiel

1. Quelle est la dérivée de  $z \mapsto e^z$  ?

A.  $ze^z$

B.  $-e^z$

C.  $e^{2z}$

D.  $e^{-z}$

2. Quelle est la dérivée de  $\cos$  ?

A.  $-\cos$

B.  $-\sin$

C.  $\sin$

D.  $\cos$

3. Quelle est l'expression de la dérivée de la fonction  $f \circ g$  ?

A.  $f'g + fg'$

B.  $f \circ g'$

C.  $g f' \circ g'$

D.  $g' f' \circ g$

4. Comment reconnaît-on un optimum local d'une fonction à l'aide de sa dérivée ?

A.  $f'(a) > 0$

B.  $f''(a) = 0$

C.  $f'(a) = 0$

D.  $f'(a) < 0$

## 4 Bilan

1. Au vu des questions posées précédemment, estimées importantes comme pré-requis pour les futurs cours d'Informatique Quantique et de Quantum Machine Learning, vous sentez vous confiant pour suivre de tels cours ?
  - A. Oui, à fond !
  - B. A peu près, mais pas trop confiant.
  - C. Très moyennement confiant ...
  - D. Pas du tout confiant.